

# Estudio del incremento de las pérdidas y sus efectos en transformadores con cargas alineales

Por  
Ings. Lemory\*, Vinson y Jurado  
Facultad de Ingeniería, UBA  
\*Grupo Energía y Ambiente (GEA)  
Departamento de Electrotecnia

## Resumen

En el presente trabajo se analizan las pérdidas adicionales que se producen en los arrollamientos de los transformadores sometidos a corrientes no senoidales, su distribución espacial y sus efectos térmicos, considerando las características de los conductores, la geometría de los bobinados y el núcleo. Se presentan resultados experimentales que muestran la influencia de los distintos armónicos en esas pérdidas, como afectan a las distintas partes de los bobinados y se comparan esos resultados con las estimaciones obtenidas mediante modelos de cálculo.

**Palabras clave:** Transformadores, armónicos, pérdidas adicionales, *hotspot*, demérito, declasado, *derating*.

## 1. Introducción

La circulación de corrientes con alto contenido armónico en los transformadores provoca un mayor calentamiento debido al aumento de las pérdidas adicionales con la frecuencia, lo que puede obligar a utilizarlos por debajo de su corriente nominal, para no sobrepasar las temperaturas máximas admitidas.

A tal efecto, la Norma IEEE Std C57.110-1998 [1] permite definir el factor de carga adecuado para un transformador de construcción normal, sometido a corrientes no senoidales, con solo disponer de los resultados de los ensayos de rutina.

El declasado (*derating*) necesario que puede requerir un transformador de diseño normal en un ambiente industrial de alta polución armónica [2] hace conveniente la aplicación de transformadores que, con diseños especiales, de menores pérdidas adicionales por armónicos; se obtenga un mejor aprovechamiento de los materiales activos.

Al respecto, la norma UL 1561-1994 [3] introdujo el

factor K indicativo del contenido armónico que puede soportar el transformador a corriente nominal y representa el aumento de pérdidas adicionales en los conductores asumiendo, al igual que la norma IEEE, su dependencia con el cuadrado de la frecuencia de cada armónico.

No obstante, la norma UL contempla la verificación de la sobretemperatura media con carga armónica de factor K, pero no evalúa la temperatura del punto más caliente (*hotspot*).

Por su parte, en la norma IEEE se evalúa la temperatura del *hotspot* asumiendo una distribución típica de pérdidas adicionales, pero no permite evaluar su dependencia con los parámetros de diseño, a fin de reducir ese calentamiento.

En un trabajo previo de los autores: "Análisis del efecto de las cargas alineales en los transformadores de distribución" [2], se efectuó un cálculo de las pérdidas adicionales distribuidas en los bobinados de un transformador seco, recorrido con corriente poliarmónica, en función de la distribución del campo magnético disperso. En ese trabajo previo se empleó un método de cálculo propuesto por Asaad A. Elmoudi [4], que posibilitó definir modificaciones en el diseño de los bobinados que se traducen en una fuerte reducción del demérito del transformador y además, para los diseños normales, arrojar resultados más precisos que la norma IEEE.

No obstante en [2], se consideró que la sobretemperatura del punto más caliente estaba en relación directa con la densidad de pérdidas local en los conductores en esa zona, cuando en realidad se espera que por efecto de la conductibilidad térmica interna, la distribución de temperaturas sea algo más uniforme que la distribución de pérdidas, hecho que se consideró de interés analizar en esta oportunidad.

En el presente trabajo se efectúa la evaluación experimental de los efectos de los armónicos sobre las pérdidas en cortocircuito y las sobretensiones resultantes, y se comparan los resultados con los cálculos de las pérdidas adicionales con carga armónica mediante el método de Elmoudi. También se analiza, mediante un modelo térmico, la distribución de temperaturas estimadas, a efectos de validar su aplicación a la optimización del diseño de los transformadores que van a ser utilizados con cargas alineales.

## 2. Evaluación de las pérdidas con corrientes poliarmónicas

### 2.1. Estimación de pérdidas variables con corrientes poliarmónicas

#### 2.1.1. Criterio de estimación de pérdidas adicionales en función de la frecuencia según la IEEE

En la Norma IEEE Std C57.110-1998 se evalúan las pérdidas asociadas a las corrientes inducidas (EC) por efecto del campo magnético disperso en los conductores activos sin considerar la influencia su efecto sobre el campo, resultando su dependencia con la frecuencia cuadrática. Asimismo, considera que las pérdidas en otras partes conductoras debido a corrientes inducidas por campos dispersos varían con la frecuencia elevada a la potencia 0,8. Las expresiones estimadas de ambas para un armónico de corriente  $I_h$  resulta:

$$\begin{aligned} P_{EC-h} [^0/I] &= P_{EC-n} [^0/I] \cdot I_h^2 [^0/I] \cdot h^2 \\ P_{STR-h} [^0/I] &= P_{STR-n} [^0/I] \cdot I_h^2 [^0/I] \cdot h^{0,8} \end{aligned} \quad (1)$$

Donde:

$P_{EC-h} [^0/I]$ ,  $P_{STR-h} [^0/I]$ : pérdidas por corrientes parásitas en los conductores activos y en otras partes conductoras, respectivamente, a corriente y frecuencia nominales, en por unidad (pu).

$P_{EC-n}$ ,  $P_{STR-n}$ : pérdidas por corrientes parásitas en los conductores activos y en otras partes conductoras, respectivamente, para el armónico  $h$ , [pu].

$I_h [^0/I]$ : valor eficaz de la corriente armónica  $h$ , [pu].

$h$ : Orden del armónico.

Para una corriente poliarmónica, las pérdidas totales se estiman mediante una expresión obtenida a partir de las anteriores:

$$P_T = P_0 + I_{pu}^2 \cdot (P_{j-n} + P_{EC-n} \cdot F_{HL} + P_{STR-n} \cdot F_{HL-STR}) \quad (2)$$

Donde:

$P_T$ : pérdidas totales.

$P_0$ : pérdidas en vacío.

$I_{pu}$ : corriente en pu.

$P_{j-n}$ : pérdidas por efecto Joule nominales.

Los factores de corrección  $F$  están dados por la relación entre las pérdidas adicionales para corriente poliarmónica  $P_{EC}$  y las pérdidas adicionales para corriente senoidal  $P_{EC-0}$  de igual valor eficaz. El factor de incremento de pérdidas adicionales en los conductores activos por armónicos es:

$$F_{HL} = \frac{P_{EC}}{P_{EC-0}} = \frac{\sum_h I_h^2 \cdot h^{0,8}}{\sum_h I_h^2} \quad (3)$$

Y el factor de incremento de pérdidas adicionales por corrientes parásitas en otras partes conductoras es:

$$F_{HL-STR} = \frac{P_{STR}}{P_{STR-0}} = \frac{\sum_h I_h^2 \cdot h^{0,8}}{\sum_h I_h^2} \quad (4)$$

Cuando las frecuencias son elevadas, la profundidad de penetración de la corriente se reduce y las expresiones se vuelven imprecisas; no obstante, el método establecido por la IEEE permite una evaluación sencilla y conservadora de la cargabilidad de un transformador, de diseño normal, la que se puede obtener conociendo el espectro armónico de la corriente y las pérdidas adicionales a frecuencia fundamental, que se obtienen del ensayo en cortocircuito. Los resultados obtenidos se encuentran del lado de la seguridad [4], [2].

### 2.1.2. Cálculo de la distribución de pérdidas adicionales en los bobinados

En el presente trabajo se aplica y evalúa experimentalmente la metodología propuesta por Elmouidi [4] y ya empleada por los autores en [2]. Las pérdidas por corrientes parásitas por unidad de volumen debido a la componente de inducción radial o axial producida por cada armónico se determinan con una expresión proporcional al cuadrado de la frecuencia y de la componente de inducción en el punto, afectada por un factor de corrección menor que la unidad, función del parámetro  $\xi$ , dependiente de la frecuencia:

$$\xi = T / \delta_h \quad (5)$$

Siendo  $T$  el espesor del conductor tomado en dirección perpendicular a la componente de campo dividido por la profundidad de penetración  $\delta_h$ , obtenida para cada armónico por la expresión:

$$\delta_h = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot f_h \cdot \mu \cdot \sigma}} \quad (6)$$

Donde:

$\mu$ : permeabilidad del material conductor (H/m)

$\sigma$ : conductividad del conductor (1/ $\Omega$ m)

$f_h$ : frecuencia del armónico  $h$  (Hz)

Las pérdidas adicionales por unidad de volumen total (conductor, aislación e intersticios) en un punto de un bobinado con conductores rectangulares sometido a una corriente poliarmónica, considerando las componentes axial y radial de campo, se estiman con las ecuaciones siguientes (7), (8) y (9):

$$\frac{P_{EC}}{V_{bob}} = \sigma \left[ \frac{1}{3} \pi^2 \rho^2 \sigma^2 [a^2 B_{radial}^2 F_{HL,corr,radial} + b^2 B_{axial}^2 F_{HL,corr,axial}] \right] \quad (7)$$

$$F_{HL,corr,radial} = \sum_1^{h_{m\acute{a}x}} (I_h / I_{ef})^2 F_{radial}(\xi_{radial}) \quad (8)$$

$$F_{HL,corr,axial} = \sum_1^{h_{m\acute{a}x}} (I_h / I_{ef})^2 F_{axial}(\xi_{axial}) \quad (9)$$

Donde:

$\sigma$ : factor de llenado del arrollamiento (pu)

$B_{axial}$ : componente axial eficaz de la inducción magnética (T)

$B_{radial}$ : componente radial eficaz de la inducción magnética (T)

$a$ : altura (dimensión en sentido axial) del conductor (m)

$b$ : espesor (dimensión en sentido radial) del conductor (m)

$f$ : frecuencia fundamental (Hz)

Los factores de corrección radial y axial, en forma genérica valen:

$$F(\xi) = \left[ \frac{3}{\xi} \cdot \left( \frac{\text{sen } h\xi - \text{sen } \xi}{\cos h\xi - \cos \xi} \right) \right] \quad (10)$$

Se deben utilizar en cada caso los valores de  $\xi$  radial y axial correspondientes a la armónica analizada.

$$\xi_{radial} = a / \delta_h \quad (11)$$

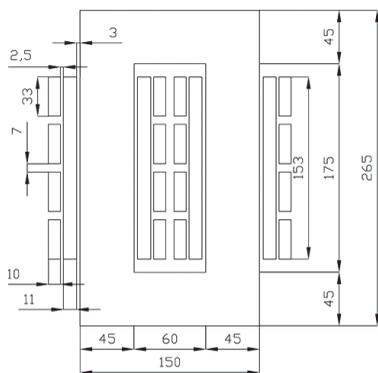
$$\xi_{axial} = b / \delta_h \quad (12)$$

### 2.1.3. Aplicación a un transformador de prueba

Para las pruebas se empleó un transformador monofásico, con núcleo de columnas, con los bobinados colocados en ambas columnas y con tomas múltiples. Sus principales características son las consignadas en la tabla 1. Un corte y las sus dimensiones se muestran en la figura 1.

Potencia = 3,6 kVA	Frecuencia = 50 Hz
$U_1 = 224$ V	$U_2 = 64$ V
$I_1 = 16$ A	$I_2 = 56$ A
Conductor 1: redondo, diámetro 3,6 mm (bobinado interno)	Conductor 2: planchuela 6 x 3 mm (bobinado externo)

**Tabla 1. Características del transformador de prueba**



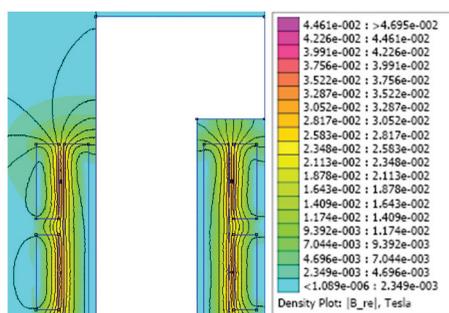
**Figura 1. Corte y dimensiones principales en milímetros del transformador de prueba. Ancho del núcleo, 90 mm**

A los efectos de contrastar los métodos de cálculo con los resultados experimentales, se evaluó primero el campo magnético dentro y fuera de la ventana para una corriente dada, empleado el programa de elementos finitos FEMM. En la figura 2 se muestra el mapa de campo magnético resultante.

Luego, para el mapa de campo obtenido, se evaluaron las pérdidas adicionales dentro y fuera de la ventana, con corrientes de diferentes frecuencias, y con una corriente de carga poliarmónica como la que le corresponde a un variador de velocidad que a la entrada posee un rectificador de seis pulsos con capacitor de filtro. El espectro armónico de esa corriente se indica en la tabla 2.

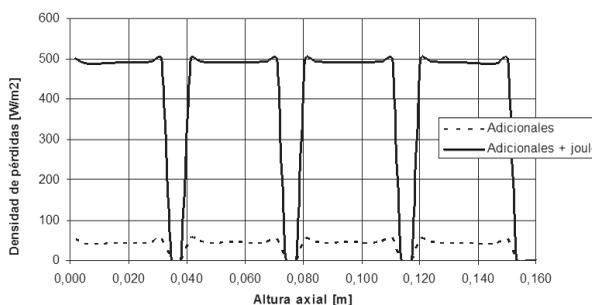
h	1	5	7	11	13	17	19	23	25
$I_h/I_1$ [%]	100	73	54	18	7	6	2	2	2

**Tabla 2. Espectro armónico de LA corriente**



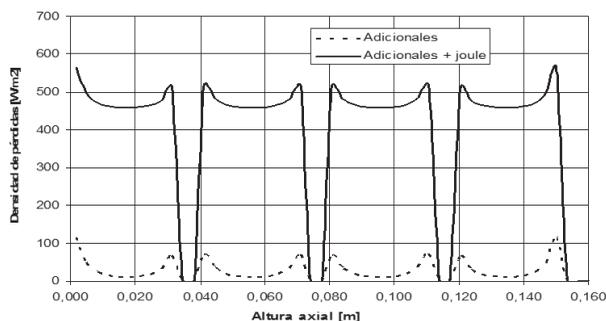
**Figura 2. Mapa de campo magnético**

La distribución de pérdidas por unidad de superficie lateral de los arrollamientos obtenida para este espectro se indica en la figura 3.



**Figura 3. Densidad superficial de pérdidas del bobinado exterior. Sección rectangular de 3 x 6 mm**

Cuando se utilizan conductores rectangulares, y debido al componente radial del campo, la densidad de pérdidas adicionales crece en los extremos de los bobinados. Dadas las dimensiones de los conductores del bobinado exterior del transformador ensayado, este efecto no es muy notorio. A efectos de mostrar este fenómeno, se volvieron a efectuar los cálculos considerando un conductor de mitad de espesor radial y del doble de altura, obteniéndose la distribución de la figura 3, en la que se puede observar una marcada diferencia con los resultados de la figura 4.



**Figura 4. Densidad superficial de pérdidas del bobinado exterior. Sección rectangular de 1,5 x 12 mm**

Para el bobinado interior, dado que el conductor es redondo, y que los valores de campo radial son bastante menores al axial, la densidad de pérdidas resulta aproximadamente constante.

## 2.2. Evaluación experimental de pérdidas en cortocircuito en función de la frecuencia. Comparación con valores calculados

A efectos de evaluar experimentalmente el comportamiento y corroborar el método de cálculo de pérdidas adicionales, se efectuó el ensayo de cortocircuito a distintas frecuencias por medio de una fuente de potencia de forma de onda y frecuencia programables.

En la figura 5, se muestran los puntos resultantes de las mediciones, y las curvas resultantes de aplicar el criterio de la IEEE y el propuesto por Elmoudi. Con el primer criterio, y asumiendo que pierde validez a altas frecuencias, se ajustaron las pérdidas por corrientes parásitas en los conductores y en otras partes metálicas solamente con los armónicos 7 y 9. En este transformador, la variación de las pérdidas adicionales para 50 Hz y los armónicos más bajos están en el orden de los errores de medición.

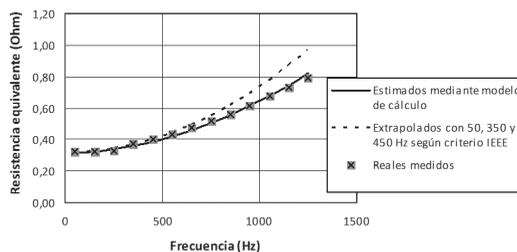


Figura 5. Resistencia equivalente en función de la frecuencia

Se observa que a medida que aumenta la frecuencia, también aumenta el error en exceso que resulta del criterio de la IEEE, mientras que los resultados del método expuesto en 2.1.2 se aproximan muy ajustadamente a los resultados experimentales.

## 2.3. Evaluación experimental de pérdidas con corrientes poliarmónicas y tensión de alimentación senoidal. Comparación con valores calculados

A fin de evaluar los efectos térmicos de las corrientes poliarmónicas, se ensayaron dos transformadores

idénticos, con las características consignadas en la tabla 1, conectados en oposición para que se encuentren sometidos simultáneamente a las pérdidas en el cobre y en el hierro. Los primarios de 224 V se alimentaron en paralelo con tensión nominal sinusoidal de 50 Hz, tomada de la red, mientras que los secundarios de 64 V conectados en oposición se alimentaron con una tensión poliarmónica tal que daba lugar a la corriente deseada. A partir de la forma de onda de la corriente y de su contenido armónico, definido en la tabla 2, se determinó el contenido armónico de la tensión a aplicar mediante la fuente programable. En las figuras 6a y 6b se observan las formas de onda de tensión aplicada y corriente obtenida respectivamente.

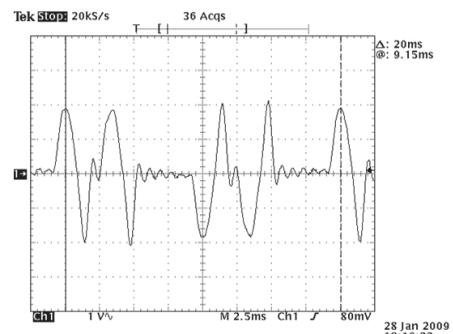


Figura 6a. Tensión aplicada

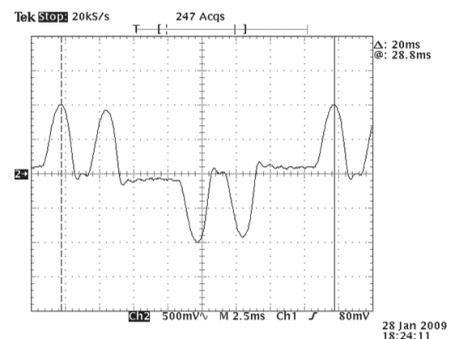


Figura 6b. Corriente de carga

Las pérdidas variables, referidas a 25 °C, resultaron aproximadamente iguales a las calculadas mediante el modelo propuesto, tabla 3.

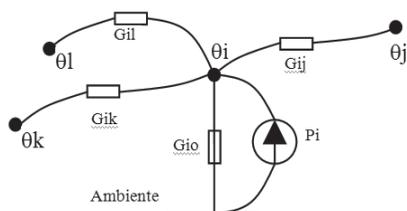
Con recarga poliarmónica		A 50 Hz
Media medida	Calculado	Media medida
94 W	92 W	82 W

**Tabla 3: pérdidas variables resultantes**

### 3. Evaluación de las sobretemperaturas en los arrollamientos con corriente poliarmónica

#### 3.1. Modelado térmico de un transformador

Dada la complejidad de las configuraciones, y la dificultad de modelar la convección natural, es usual modelar los transformadores mediante circuitos térmicos, donde cada nodo representa un elemento de una parte constitutiva del transformador, vinculado con otros adyacentes y con el medioambiente a través de conductancias térmicas equivalentes. La pérdida de potencia en cada elemento de la malla se representa por una fuente equivalente eléctrica de corriente constante, como se muestra esquemáticamente en la figura 7.



**Figura 7. Esquema de un nodo de una red térmica y conductancias asociadas**

El sistema de ecuaciones se estableció a través del balance de flujo en los nodos, resultando ecuaciones análogas al método de nodos aplicado en circuitos eléctricos:

$$P_i = \sum_1 [\theta_i - \theta_j] \cdot G_{ij} = \theta_i \cdot \sum_1 G_{ij} + \sum_1 \theta_j \cdot G_{ij} \quad (13)$$

Las expresiones para obtener las conductancias térmicas se adjuntan en el "Anexo 1".

#### 3.2. Aplicación del modelo y comparación con los resultados experimentales

Se modeló la red térmica del transformador de prueba y se calcularon las sobretemperaturas con corriente de frecuencia nominal, y con la corriente poliarmónica indicada en la tabla 2.

Se subdividió cada bobinado en sesenta elementos, tres en sentido radial y veinte en sentido axial, y el núcleo se consideró isotérmico. Una parte de la red térmica empleada se observa en la figura 8.

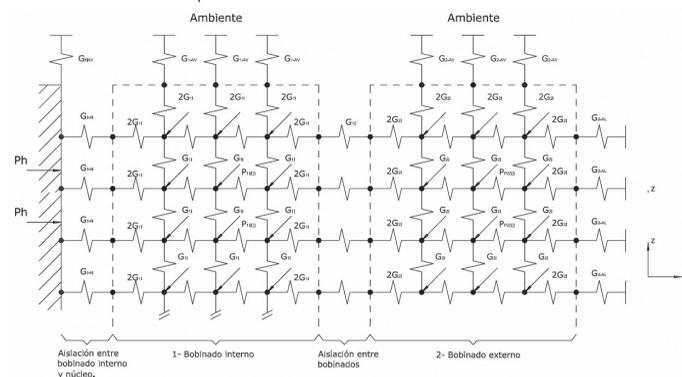
Los valores calculados de sobretemperatura media en el arrollamiento exterior resultaron muy próximos a los determinados en los ensayos corregidos a corriente nominal, como se observa en la tabla 4.

	Senoidal	Poliarmónica
Calculado a plena carga	48	52
Medido corregido	46	50

**Tabla 4. Sobretemperaturas medias resultantes de arrollamiento exterior [K]**

Los perfiles de temperatura obtenidos mediante el modelo de cálculo (líneas de trazo continuo), y el medido en la superficie en las pruebas de laboratorio (puntos) se exhiben en las figuras 9a y 9b.

La diferencia entre las sobretemperaturas con carga senoidal y poliarmónica no resultó muy elevada, lo que era esperable, considerando que en el transformador de prueba empleado, las dimensiones de los conductores son menores que la profundidad de penetración de corriente en el cobre; no obstante la tendencia es la esperada.



**Figura 8. Red térmica del transformador de prueba**

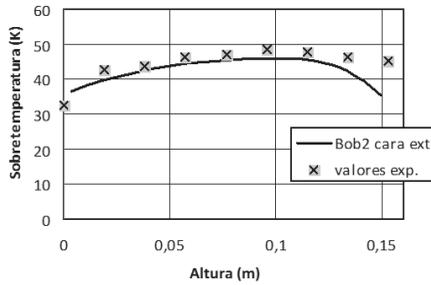


Figura 7a. Corriente senoidal

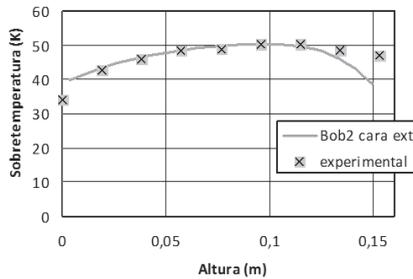


Figura 7b. Corriente poliarmónica

La distribución de temperaturas en la superficie externa difiere algo en zona de cabeza de bobinado, lo que en principio puede atribuirse a que el modelo no contempla la mayor aislación térmica debido a los collares del extremo del bobinado y a la dificultad de realizar las mediciones en los bordes de las bobinas.

De todos modos, las sobretemperaturas máximas en la superficie, y sobre todo las sobretemperaturas medias calculadas del arrollamiento exterior han resultado suficientemente aproximadas a las reales.

#### 4. Conclusiones

Las pruebas realizadas en laboratorio mediante aplicación de corriente senoidal de frecuencia variable y ondas poliarmónicas han mostrado la influencia de los armónicos en las pérdidas variables de un transformador, función de su frecuencia, y han permitido corroborar que el método de cálculo adoptado se ajusta suficientemente bien.

En particular, las pruebas de calentamiento permitieron corroborar la influencia esperada de los armónicos, y en general el modelo térmico propuesto

permite su evaluación con adecuada aproximación, y su ajuste puede mejorarse elevando el detalle de la malla aplicada.

Por lo expuesto, se puede afirmar que las metodologías de cálculo presentadas constituyen herramientas de análisis apropiadas para el desarrollo de diseños de transformadores aptos para soportar cargas armónicas sin desaprovechamiento relevante de su capacidad. ■

#### Bibliografía

- [1].IEEE Std C57.110 IEEE Recommended practice for establishing transformer capability when supplying nonsinusoidal load currents. 1998.
- [2].Lemozy N. A. Vinson E. G. Jurado A.: "Análisis del efecto de las cargas alineales en los transformadores de distribución" CIDEL, Buenos Aires, Octubre 2006.
- [3].UL 1561 Dry type general purpose power transformers. 1994.
- [4].Elmoudi, Asaad A.: "Evaluation of power system harmonic effects on transformers". Tesis doctoral, Helsinki University of Technology, 2006.
- [5].Pierce, Linden W.: "Predicting hottest spot temperatures in ventilated dry type transformer windings" *IEEE Transaction on Power Delivery*, Vol. 9, N° 2 April, 1994.
- [6].Di Pierro, E.: *Costruzioni Elettromeccaniche*.
- [7].Isachenko, Osipova, Sukomel: "Transmisión del calor". España, Marcombo de Boixareu Editores, 1973.
- [8].Pierce, Linden W.: "Transformer design and application considerations for nonsinusoidal load currents". *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 32, Mayo/Junio 1996.

## ANEXO 1

Las dimensiones son las indicadas en la figura 1.1.

### Determinación de las conductancias térmicas

Los parámetros de la red térmica se determinaron en base a [5], [6], [7] y [8]

Conductancias internas  $G_{1r}$ ,  $G_{2r}$ ,... : son las conductancias térmicas entre nodos internos del arrollamiento.

Por ejemplo, la conductancia interna sentido radial resulta:

$$G_{2r} = \lambda_{2i} \cdot \frac{h_b \cdot p_2}{n_a} \cdot \frac{n_r}{e_2} \quad (1.1)$$

Donde:

$h_b$  : Altura de bobinado.

$p_2$  : Perímetro de bobinado.

$n_a$  : Cantidad de elementos en dirección radial.

$n_r$  : Cantidad de elementos en dirección axial.

$e_2$  : Espesor radial total de bobinado.

$\lambda_{2i}$  : Conductibilidad térmica interna equivalente del bobinado 2 en sentido radial, obtenida mediante la expresión (1.2).

$$\lambda_{2i} = \lambda_{aislante} \cdot \frac{1 + \frac{b}{2 \cdot e_{aisl\ cond} + e_{aisl\ capa}}}{1 + \frac{2 \cdot e_{aisl\ cond}}{a}} \quad (1.2)$$

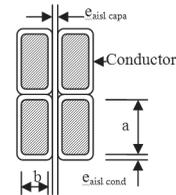


Fig. 1.1. Dimensiones

Las conductancias  $G_{2AL}(z)$  son por convección y por radiación entre la superficie lateral de los elementos externos del bobinado 2 y el ambiente, función de la altura a la que se ubica cada elemento.

$$G_{2h} = (\alpha_r + \alpha_{cv1} z^{-0,25}) \cdot \frac{h_b \cdot (p_2 + 3,5 \cdot e_b)}{n_a} \quad (1.3)$$

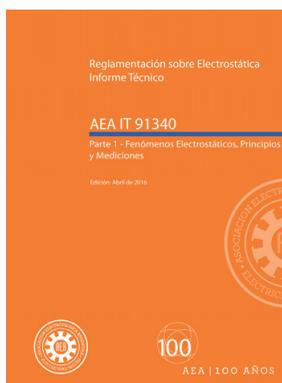
Donde:

$\alpha_r$ : Coeficiente de radiación simplificado para el rango de temperaturas esperado (5,5 W/m<sup>2</sup>K).

$\alpha_{cv1}(z)$  : Coeficiente de convección local de pared vertical a 1 m de altura, para el rango de temperatura media superficial esperado.

Z: Altura de la posición del elemento.

## ► Nueva reglamentación



Reglamentación sobre electrostática - Informe técnico.  
Parte 1: Fenómenos electrostáticos. Principios y mediciones.  
AEA IT 91340. Edición 2016.

Este documento, describe los principios fundamentales de los fenómenos electrostáticos incluyendo la generación de cargas, la retención y disipación en descargas electrostáticas.

Además, es propósito de este reporte técnico servir como referencia para el desarrollo de normas relacionadas con la electrostática, y proveer una guía a sus usuarios finales.